

Pyramide, réduction, tronc de pyramide et volume

Type d'activité

Travaux dirigés

Durée

50 min

Document distribué aux élèves

PYRAMIDE.DOC

Niveau

3^e

Prérequis

- Maths : volume d'une pyramide (4^e), réduction
- Tableur : acquis de 4^e (en particulier, les références relatives et absolues)

Objectifs

Le travail porte sur une pyramide et sur la pyramide réduite ainsi que le tronc de pyramide obtenus par l'intersection d'un plan parallèle à la base. L'objectif est de déterminer pour quelle hauteur de la pyramide réduite on obtient l'égalité de volume entre les volumes de cette pyramide réduite et le tronc de pyramide.

Apports du tableur

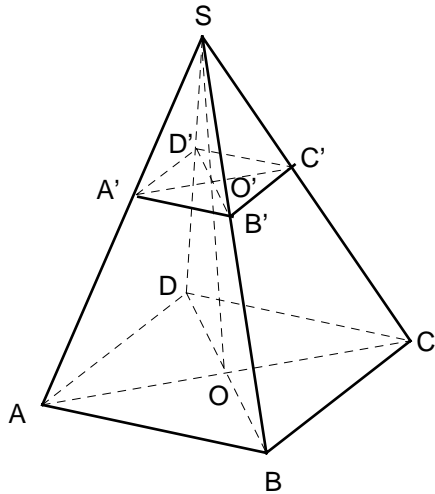
Possibilité de modifier les données pour faire évoluer un graphique ou pour encadrer une valeur (approximations successives).

Résumé de la séquence :

On demande d'abord d'écrire les formules pour obtenir les différents volumes puis de compléter un tableau pour réaliser un graphique. La lecture de ce graphique donne un premier encadrement de la hauteur lorsque les volumes sont égaux. En complétant un deuxième tableau avec des formules tenant compte d'un pas variable, un encadrement au centième près peut être obtenu par approximations successives.

Déroulement de la séquence

Le fichier à utiliser est PYRAMIDE.XLS. C'est un classeur contenant 3 feuilles.



Le travail à réaliser concerne une pyramide SABCD régulière dont la base est le carré ABCD. Sa hauteur est SO.

Un plan parallèle à la base de la pyramide coupe [SO] en O' définissant ainsi une pyramide réduite SA'B'C'D' et un tronc de pyramide A'B'C'D'ABCD.

On suppose que le point O' se déplace sur le segment [SO], on pose $SO' = x$.

Première partie : on utilise la première feuille (Pyramides)

	A	B	C	D	E	F	G	H
4		Dimensions en cm					Volume en cm^3	
5		AB = 6					de SABCD :	108
6		SO' = 3		SO = 9			de SA'B'C'D' :	4
7		Echelle :	SO'/SO =	0,333			de A'B'C'D'ABCD :	104
8								

On demande aux élèves de compléter la cellule D7 puis les cellules H5, H6 et H7 avec une formule, puis de vérifier les volumes obtenus avec les données de la fiche élève.

On demande ensuite de voir si les volumes sont égaux pour O' au milieu de [SO] et, en modifiant les dimensions de la pyramide (en C5 et E6), de relever les volumes correspondants.

Deuxième partie : on utilise la deuxième feuille (Egalité de volume)

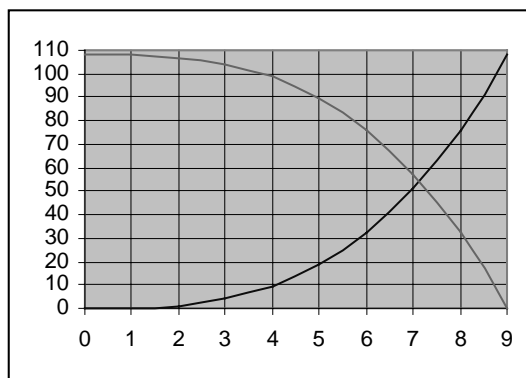
Dans cette feuille les formules sont déjà écrites dans les cellules D7, H5, H6 et H7. Ceci permet aux élèves, qui n'ont pas réussi à écrire les bonnes formules dans la première feuille, de poursuivre l'activité (ces formules sont toutefois masquées).

	A	B	C	D	E	F	G	H
3		Zone de données						
4		Dimensions en cm					Volume en cm^3	
5		AB = 6					de SABCD :	108
6		$x = SO' = 3$		SO = 9			de SA'B'C'D' : $f(x) =$	4
7		Echelle :	SO'/SO =	0,3333			de A'B'C'D'ABCD : $g(x) =$	104

Il s'agit, de faire varier la position du point O' , c'est à dire la longueur SO' (dans la cellule C6) pour remplir le tableau situé juste en dessous dans la même feuille de calcul. Les élèves doivent donc relever pour chaque valeur de x , le volume $f(x)$ de la pyramide réduite et le volume $g(x)$ du tronc de pyramide. Le graphique se trace alors automatiquement au fur et à mesure.

Tableau et graphique

x	$f(x)$	$g(x)$
0	0	108
1	0,148	107,9
2	1,185	106,8
3	4	104
4	9,481	98,52
5	18,52	89,48
6	32	76
7	50,81	57,19
8	75,85	32,15
9	108	0



En lisant le graphique, les élèves doivent donner une valeur approchée par défaut, à l'unité près, de la hauteur de la pyramide réduite qui donne des volumes égaux.

Troisième partie : On utilise la troisième feuille (Encadrement).

Mise en équation						
$SO =$	9	$AB =$	6	Volume de SABCD :	108	
$SO' =$	x	$f(x) =$		Volume de SA'B'C'D' :	$108 \cdot (x/9)^3$	
$SO'/SO =$	$x/9$	$g(x) =$		Volume de A'B'C'D'ABCD :	$108 - f(x)$	
pas =	0,01					

x	$f(x)$	$g(x)$
7	50,81	57,19
7,01	51,03	56,97
7,02	51,25	56,75
7,03	51,47	56,53
7,04	51,69	56,31
7,05	51,91	56,09
7,06	52,13	55,87
7,07	52,35	55,65
7,08	52,58	55,42
7,09	52,8	55,2
7,1	53,02	54,98
7,11	53,25	54,75
7,12	53,47	54,53
7,13	53,7	54,3
7,14	53,93	54,07
7,15	54,15	53,85

Dans cette feuille, la zone « Mise en équation » ci-dessus est donnée et les élèves doivent la comprendre pour écrire les formules pour $f(x)$ et $g(x)$ à la première ligne du tableau ci-contre. Il faut également écrire une formule pour incrémenter les valeurs de x en tenant compte du pas. La valeur minimale à donner à x est bien évidemment celle trouvée dans la deuxième partie (valeur approchée par défaut). En recopiant ces formules vers le bas, et en réduisant le pas, on obtient les valeurs ci-contre.

Les élèves doivent alors trouver un encadrement au centième près :

$$7,14 < x < 7,15$$